

Опечатка, замеченная в первом издании

№	Стр.	Строка или где	Напечатано (ужас!)	Должно быть (вот!)
0	36	задание 1 к), 4-е уравнение	$2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$	$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$

Опечатки, замеченные в первых двух изданиях

№	Стр.	Строка или где	Напечатано (ужас!)	Должно быть (вот!)
1	61	2 сверху	$A_1(x) =$	$A_1 =$
2	61	2 сверху	$A_2(x) =$	$A_2 =$
3	61	2 сверху	$A_3(x) =$	$A_3 =$
4	153	10 снизу	$f_3(x) = 2 + 3 + 2x^2$	$f_3(x) = 2 + 3x + 2x^2$
5	148	18 сверху	вещественными	комплексными
6	60	3 сверху	$\mathbf{b} = \beta \mathbf{b}$	$\mathbf{b} = \beta \mathbf{a}$
7	451	задание 48 d), 4-е уравнение	$4x_1 - 3x_2 2x_3 + 6x_4 = 0$	$4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 0$
8	114	Пример 47 b)	$\mathbf{b}_1 = (-1, 0, 1, 2, 1)^\tau$	$\mathbf{b}_1 = (1, -1, 0, 2, 1)^\tau$
9	114	Пример 47 b)	$\mathbf{b}_2 = (1, -3, 1, -1, -1)^\tau$	$\mathbf{b}_2 = (1, 1, -3, -1, -1)^\tau$
10	65	1 снизу	Вадермонда	Вандермонда
11	71	5 снизу	полную систему и его	полную систему, и его
12	79	4 снизу	одну и туже	одну и ту же
13	84	16 снизу	базисами в \mathbb{R}^3 можно	базисами в \mathbb{R}^3 , можно
14	216	Пример 74 b)	$\mathbf{e}_2 = 2\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_3$	$\mathbf{e}_2 = 2\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 - 2\mathbf{u}_3$
15	415	Пример 13 a)	$1x - y = -3$	$x - y = -3$
16	172	5 снизу	$A + B + B + A$	$A + B = B + A$
17	419	3 сверху	$\mathbf{a}_1 = (1, -1, -1)$	$\mathbf{a}_1 = (1, -1, 1)$
18	419	3 сверху	$\mathbf{a}_2 = (0, 2, 2)$	$\mathbf{a}_2 = (0, 2, 5)$
19	419	3 сверху	$\mathbf{a}_3 = (2, -4, -4)$	$\mathbf{a}_3 = (2, -4, -3)$
20	386	12 снизу	a) $\alpha = -1$	a) $\alpha = -2$
21	386	12 снизу	b) $\alpha = 0$	b) $\alpha = -1$
22	386	12 снизу	c) $\alpha = 0$	c) $\alpha = -1$
23	386	12, 11 снизу	d) $\alpha = 0, k_g = 2, \alpha = -1$	d) $\alpha = -1, k_g = 2, \alpha = -2$
24	386	11 снизу	e) $\alpha = 0, k_g = 1, \alpha = 1$	e) $\alpha = -1, k_g = 1, \alpha = 0$
25	386	10 снизу	$\alpha = 1$	$\alpha = -2$
26	563	3 снизу	a) $\alpha = 0$	a) $\alpha = -1$
27	563	3 снизу	b) $\alpha = 1$	b) $\alpha = 0$
28	563	3 снизу	c) $\alpha = 1$	c) $\alpha = 0$
29	563	3 снизу	d) $\alpha = -1$	d) $\alpha = -2$
30	563	2 снизу	e) $\alpha = 0$	e) $\alpha = -1$
31	563	2 снизу	f) $\alpha = 1$	f) $\alpha = 0$
30	563	2 снизу	g) $\alpha = 0$	g) $\alpha = -1$
31	563	2 снизу	h) $\alpha = 1$	h) $\alpha = 0$
32	563	1 снизу	i) $\alpha = 0$	i) $\alpha = -1$
33	563	1 снизу	j) $\alpha = 0$	j) $\alpha = -1$
34	563	1 снизу	k) $\alpha = 1$	k) $\alpha = 0$
35	563	1 снизу	l) $\alpha = -1$	l) $\alpha = -2$
36	564	1 сверху	m) $\alpha = 1, k_g = 2; \alpha = 0$	m) $\alpha = 0, k_g = 2; \alpha = -1$
37	564	1 сверху	n) $\alpha = 1, k_g = 2; \alpha = 0$	n) $\alpha = 0, k_g = 2; \alpha = -1$
38	564	2 сверху	o) $\alpha = 0, k_g = 2; \alpha = -1$	o) $\alpha = -1, k_g = 2; \alpha = -2$

№	Стр.	Строка или где	Напечатано (ужас!)	Должно быть (вот!)
38	564	2 сверху	o) $\alpha = 0, k_g = 2; \alpha = -1$	o) $\alpha = -1, k_g = 2; \alpha = -2$
39	564	2 сверху	p) $\alpha = 1, k_g = 2; \alpha = 0$	p) $\alpha = 0, k_g = 2; \alpha = -1$
40	564	2 и 3 сверху	q) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = 1$	q) $\alpha = -1, k_g = 1; \alpha = 0$
41	564	3 сверху	r) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = -1$	r) $\alpha = -1, k_g = 1; \alpha = -2$
42	564	3 и 4 сверху	s) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = -1$	s) $\alpha = -1, k_g = 1; \alpha = -2$
43	564	4 сверху	t) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = 1$	t) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = -2$
44	564	4 и 5 сверху	u) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = 1$	u) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = -2$
45	564	5 сверху	v) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = 1$	v) $\alpha = 0, k_g = 1; \alpha = -2$

Список незамеченных опечаток и опечаток третьего издания пока не приводится по техническим причинам.

Я благодарен всем сотрудникам и студентам, не поленившимся сообщить мне о замеченных опечатках.

Очередная версия данного списка опечаток размещается в Интернете по адресу

<http://mmcs.sfedu.ru/~krvd/>

Устанавливается приз за нахождение следующей опечатки в размере 3 рубля 14 копеек денежными знаками РФ. При получении приза нужно иметь при себе сдачу. Приз по желанию получателя может быть заменён словами благодарности автора опечатки.

P.S. Меня иногда часто спрашивают, кто такой Фихиро. До последнего времени мне было известно лишь, что это легендарный китайский мудрец. Я даже раньше говорил, что он настолько легендарен, что о нем нет никаких сведений (даже в Интернете). Но совсем недавно было обнаружено в древнегреческих текстах упоминание о Фихиро, где его имя написано так: $\varphi\chi\rho$. Там же отмечено, что автором отрывка является ученик Фихиро по имени Таухиро в древнегреческом написании $\tau\chi\rho$. Он упоминает еще несколько источников о своем учителе. Я начинаю публиковать с реконструкцией утраченных фрагментов текста сказания о Фихиро из этих источников. Конечно, трудно проверить подлинность приведенных в них историй, кое-какие сомнительные места приходится отсеивать, кое-где адаптировать древний текст. Работа над следующими эпизодами идет медленно, но я надеюсь, что они будут появляться, несмотря на все сложности волонтерского труда.



Сказания о Фихиро.

I. Хорошо известна история о создателе шахмат, хотя в настоящее время есть много вариантов этой легенды. К сожалению почти никто не упоминал об участии Фихиро в этой драматической и чуть ли не трагической пьесе. Такая вот беда. Приходится латать чужие бреши и восполнять пробелы. Так вот по одному из описаний

"...когда создатель шахмат (по одним данным — древнеиндийский математик, по другим — легендарный дравид велалар по имени Сесса или Сисса) показал своё изобретение правителю страны, тому так понравилась игра, что он позволил изобретателю самому выбрать награду. Мудрец был амбициозен и недалёковиден: он попросил у короля за первую клетку шахматной доски заплатить ему одно зерно пшеницы (по другой версии — риса), за второе — два, за третье — четыре и т. д., удваивая количество зёрен на каждой следующей клетке. Правитель, не разбиравшийся в математике, быстро согласился, даже несколько обидевшись на столь невысокую оценку изобретения, и приказал казначею подсчитать и выдать изобретателю нужное количество зерен. Однако, когда неделю спустя казначей всё ещё не смог подсчитать, сколько же нужно зёрен, правитель спросил, в чём причина такой задержки. Казначей показал ему расчёты и сказал, что расплатиться невозможно. Правитель, чтобы взять реванш над пытавшимся его обхитрить изобретателем, велел последнему пересчитать каждое зёрнышко, чтобы не было сомнений в том, что он честно с ним расплатился."

Немного боясь показаться мелочным, все же укажу, что в этом описании, к сожалению, ошибочно названы зерна пшеницы или риса. Ученики Фихиро указывают, что их учитель мог просить только маш (или бобы мунг (лат. *Vigna radiata*) — зернобобовая культура родом из Индии. Бобы маленькие, зелёные, овальной формы), так как действие происходило в Гималаях на территории Индии. Ведь в то время еще не научились делать горизонтальные террасы для выращивания риса на склонах гор. Отмечу еще одно обстоятельство. Один из учеников неловко намекает о том, как их учитель спас от смерти создателя шахмат. Когда казначей показал результаты подсчётов правителю, последний, пришёл в ярость, велел казнить и создателя, и казначея. Фихиро, присутствовавший при этом, убедил его продемонстрировать подданным мудрость и справедливость, показав величие своего правления и отечески подтрунив над создателем, заставив его пересчитать все полученные зерна. Тем не менее, эта история просочилась сквозь царские стены и в народе возникла поговорка, которую много позже переведут на французский язык так: «Свита делает короля».



II. Однажды взволнованные ученики явились к Фихиро и наперебой закричали: Скажи учитель, мир конечен или бесконечен? Фихиро строго на них посмотрел, усмехнулся и уверенно сказал: Бесконечен. Почему, учитель? Потому, что конечная вселенная не может вместить

бесконечную глупость!



III. То, что второй и остальные законы Ньютона были известны задолго до рождения сэра Исаака, знают даже в российской средней школе. И открывателей этих законов было множество. В частности известна такая милая история. Во время пребывания Александра Македонского на севере Индии до Аристотеля дошел слух о философе по имени Фихиро. По просьбе Аристотеля Александр снарядил отряд воинов, снабдил подарками и послал их доставить Фихиро для общения в ставку войска. Что и было сделано, не знаю, уж, насколько вежливо. О чем говорили великие мужи и что обсуждали, с чем согласились и в чем расходились, очень интересно, но невозможно узнать. Известно лишь о том, что они согласились с выводом: все тела в природе делятся на четыре класса. Есть тела, которые подчиняются законам механики по Аристотелю, другие подчиняются тем законам механики, которые сейчас называют ньютоновскими. Третьи подчиняются духовным законам. И четвертый класс тел похож на микрочастицы квантовой природы. Поистине диалектическое решение!

Недавно информационные каналы сообщили, что греческий археолог Костас Сисманидис после 20 лет раскопок на склоне северной оконечности города Стагира, где родился философ в 384 году до нашей эры, (сейчас поселок Олимпиада на полуострове Халкидики) нашел могилу древнегреческого философа Аристотеля. Утверждается, что могила была найдена в еще 1996 году, но лишь недавно было заявлено, что есть новые данные и веские доказательства того, что это могила Аристотеля. Самым веским основанием так утверждать был найденный рисунок с пояснением о четырех типах тел.



IV. Лучший учитель не тот, кто любит учить, а тот, кто умеет это делать. И жизнь Фихиро тому подтверждение. Он любил наблюдать все вокруг, пытался проникнуть в суть явлений. Но учить и, боже сохрани, поучать он не любил. А любил он рассказывать увиденное, объяснять понятное и обращать внимание на неизведанное.



V. Деревня, в которой родился и прожил детские годы Фихиро, располагалась в удивительном месте в Гималаях. Соседняя деревня располагалась в пяти километрах и не была видна ни из одной точки родной деревни Фихиро. Но между деревнями располагалась гора с огромным вогнутым склоном над дорогой, соединяющей деревни. Отрицательный склон обладал фантастическим свойством направлять звук, пришедший из одной деревни, в другую. Жители давно обнаружили этот феномен и пользовались им. Нужно было только громко прокричать сообщение, разделяя последовательные звуки слов. Это было важно, так как на разных частотах звуки перемещались с разной скоростью, и придя в другую деревню, могли перепутаться. Маленький Фихиро заметил и понял это, о чем уже во взрослом возрасте рассказал своим ученикам. Об этом можно прочесть в манускрипте Таухиро (ударение следует ставить на второй слог, так как он родом из Японии). Но это же наблюдение навело Фихиро на мысль записывать звуки знаками. Но не музыкальные звуки, а звуки речи родного языка. Это было в то время необычно, так как в Китае использовалось иерографическое письмо. Фихиро придумал алфавит, в настоящее время частично утерянный. И пошел дальше, начав использовать придуманные буквы в математике. В манускрипте Таухиро приводится квадратное уравнение, где в качестве неизвестной используется буква, видимо, из алфавита Фихиро. Эта буква соответствует иероглифу "сосна". Правильно ставить ударение на первый слог, это более точно соответствует оригиналу. Сохранилось и начертание буквы: Ψ . Так вот: уравнение

из манускрипта мы бы сейчас прочитали так: «сосна в квадрате плюс сосна равно двум». Этот отрывок из Таухиро произвел недавно целый переворот в современной истории науки (см. <http://bookstore.ams.org/НМАТН>). Правда не все специалисты ознакомились с этим и учат своих бедных студентов устаревшим сведениям. А правда в том, что Фихиро и его ученикам была известна формула для корней квадратного уравнения. Было даже упоминание, что он сожалеет, что не знает как быть с кубическим уравнением и уравнениями последующих степеней. Знал ли в свое время Виет об использовании на Востоке букв для составления уравнений - исторические документы умалчивают, да и спорить о приоритетах на открытия сейчас сложно. Но вряд ли кто станет отрицать неоспоримое влияние Фихиро на развитие мировой научной мысли.



VI. Как любой великий человек Фихиро оставил после себя много высказываний и поговорок, часть из которых потом стали приписывать другим людям или объявили народными. Конечно, теперь трудно или невозможно выяснить авторство большинства таких пословиц. Но небольшое число сведений дошло до наших дней в той или иной форме в описаниях современников или последователей Фихиро, а также в народных былинах и сказаниях.



VII. Все российские исследователи творчества Фихиро согласны с тем, что он однажды побывал на Руси. Известно, что его пригласил его же ученик, которым был, возможно, Иван (Жан) по прозвищу Спаниэль (или Спантиэль, есть подозрение, что это он вывел знаменитую породу собак), продолжительное время живший при дворе князя Святополка. Как добрался до Руси, сколько пробыл там и когда вернулся назад сейчас трудно установить, по крайней мере на сегодняшний день таких данных нет. Сохранились лишь фрагменты берестяных грамот от Фихиро к князю с отчетом о его расходах и объяснением того, почему он хочет вернуться домой. Фихиро пишет, что для него более важно понимать до конца язык того народа, с которым он живет, чем купаться в роскоши, боясь сказать лишнее слово. Кроме того, легенда гласит, что очень удивился князь подаркам, приведённым Фихиро, среди которых был компас, кинжал, украшенный бериллами и, не поверите, зерна гороха. Эта же легенда утверждает, что первым русским человеком, научившимся играть в игру, которую сейчас называют Го, был Святополк, 'тренером' которого был Фихиро. Но Святополку нужно было воевать и умение играть в Го не имело продолжения. Зато под влиянием этой игры (в ней то, чем играют называется «камень», их 19x19 штук, половина черных, остальные белые) возникло много русских поговорок: «В разное время нужны разные камни», «Из одинаковых камней не сделать дом и дорогу», «Каждому камню свое место и время», «Не каждому камню подвластны другие камни», «Брошенный камень не вернешь» и др.



VIII. Как известно в горах кролики не водятся. Поэтому у одного горного гималайского народа кроличьи шкурки ценились достаточно высоко. А в те времена мех выполнял роль денег. Однажды вожди этого племени послали делегацию в ту страну, где жил Фихиро. Делегация среди прочего взяла и 100 ценных кроличьих шкурок в подарок царскому дому. А в предгорьях кроликов развелось столько, что они наносили значительный урон сельхозугодиям. Поэтому подарки в виде такого меха могли быть восприняты как оскорбление. Но мудрый Фихиро объяснил всем благие намерения горцев и лишь с горечью произнес: «И из ста кроличьих шкурок не сшить норковую шапку».



IX. Среди математиков древнего мира современные исследователи истории науки выделяют троих великих: Архимера, Евклида и Аполлония. Все они жили и трудились в местах, относящихся к сфере влияния Древней Греции. Наверное, были и другие великие люди, к сожалению, не все имена дошли до нас. Были они и в Древнем Китае, Древней Индии, Древнем Вавилоне ... Лишь в последние годы выяснилось, что первым среди всех известных нам восточных мудрецов древности следует признать Фихиро. Недавно были найдены письменные источники, свидетельствующие о том, что он ввел в рассмотрение для решения задач уравнения (о чем уже писалось в заметке V), сам же он считал своим лучшим открытием число $\sqrt[3]{\frac{3\sqrt{3}-\pi}{12}}$, равное площади той части правильного треугольника с единичной стороной (см. рис., который пока не готов), которая находится вне всех окружностей. Сначала он вписал в этот треугольник одну окружность и нашел, что площадь треугольника вне ее равна $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{12}$. (Это не очень сложно. В наше время такую задачу должны легко решать, как минимум, девятиклассники.) Затем он заметил, что следующие по величине вписанные окружности имеют в три раза меньший радиус. И тогда та площадь треугольника, которая располагается вне четырех наибольших окружностей равна $\frac{9\sqrt{3}-4\pi}{36}$. Но если продолжить вписывать по три окружности в углы треугольника до бесконечности, то оставшаяся площадь будет равна $\frac{24\sqrt{3}-11\pi}{96}$. Он указал приближенное значение этого числа, установив, что оно находится между $\frac{7}{96}$ и $\frac{8}{109}$. Но самое удивительное то, что он указал иррациональность этого числа, говоря современным языком. Точнее, Фихиро указал, что «оно не встречается среди корней уравнений». Конечно, под уравнениями он понимал алгебраические уравнения с целыми коэффициентами. А значит он указал, что это число не только является иррациональным, но и трансцендентным. Воистину нет пределов нашему удивлению и восхищению!



X. История — дама крайне многообразная и капризная. Двуликий бог Янус ничто по сравнению с ней. Своенравие ее не знает границ, она и логична, и нелогична, последовательна и непоследовательна. От нее нельзя ждать признательности. Сколько великих людей было ею забыто, и сколько имен ничтожеств сохранилось в ней. Правда благодарные потомки используют их имена для воспитания подрастающего поколения. Слава богу имена не всех злодеев известны. Так все знают историю гибели Архимеда от меча глупого и грубого безмянного римского солдата. Так и с Фихиро история не сохранила имена людей, которые сыграли определенную роль в его жизни. Из многих мест съезжались молодые люди в школу Фихиро, чтобы получить знания и освоить науки и мудрость, преподаваемые в этом заведении. Никому не отказывал в участии Фихиро, но не всех принимал в итоге: несколько дней присматривался он к новичку, испытывал его незаметно и аккуратно. Злых, завистливых и ленивых не брал в первую очередь, тупых и недалеких терпел до поры и времени, позволяя им развиваться. Многие, окончившие обучение в его школе, становились государственными служащими разных рангов. Это шло на пользу государству и государь, это видя, поощрял Фихиро в его деятельности. Но не было антибиотиков в те времена, не было. Новый государь, сын прежнего, не посещал школу Фихиро, так как посвятил себя военному делу. Тут, наверное, читатель ждет уже сообщений о том, что постепенно гражданскую власть в стране прихвати евнухи правительского двора. Да, такое в истории часто бывает. Но бывает и хуже.



XI. В следующем году на родине Фихиро будет проходить очередная конференция, по-

священная изучению его наследия, исследованию новых данных о его жизни и творчестве и, конечно, будут проходить мемориальные мероприятия. Согласно списку уже поступивших заявок на пленарные доклады, организаторам будет непросто сформировать программу, учтя большинство пожеланий. Впечатляет разнообразие тем исследований. Правда, в программный комитет конференции вошли все видные специалисты по творчеству Фихиро, и есть все предпосылки успешной работы конференции, несмотря на решение организаторов в качестве рабочего языка выбрать язык, на котором говорил и с помощью которого думал Фихиро. Синхронный перевод будет осуществляться на 15 языках мира, список которых можно найти на сайте конференции.



XII. Удивительные события происходят в мире во все времена. А связь времен очень зыбкая, многие сведения потеряны навсегда. Кое-что удастся восстановить с помощью археологии и других смежных наук о древности. Некоторые данные древнего мира удалось получить с помощью расшифровки письменных источников, и любой человек, получивший возможность их изучать, не может не восхищаться божественной гениальностью осуществивших перевод исследователей. Все знают человека, который прочитал египетские иероглифы. Это гениальный французский лингвист Жан Франсуа Шампольон (1790-1832). А в 1990 году президент Гватемалы вручает главную национальную награду, орден Ацтекского орла, Юрию Валентиновичу Кнорозову, расшифровавшему древний язык загадочной цивилизации Майя. Не могу перечислить всех гениальных переводчиков древних текстов в этой короткой заметке (к своему позору и не всех знаю), отмечу только замечательного ученого академика Зализняка, прочитавшего новгородские берестяные грамоты и установившего подлинность Слова о полку Игореве.

Так вот, совсем недавно найдено подтверждение первого прочтения великим Фихиро ныне утерянных наскальных рисуночно выразительных событийных знаков в одной из пещер древнего Китая. В который раз приходится сожалеть, что Фихиро не оставил после себя письменных источников, но к счастью об этих событиях сообщают его ученики и последователи. Таухиро пишет: Фихиро повернулся к рисункам на стене пещеры и начал по порядку объяснять смысл каждого знака. Повествование ведётся от лица юноши племени, в голове которого созрели честолюбивые планы. Первые знаки указывают состояние племени в момент, когда повествование велось. Во главе племени стоит вождь, он обозначен большим символом, что свидетельствует о его доминировании в племени. Рядом с вождем стоят люди из его команды, но есть и другие, гордо стоящие в отдалении. Среди них чётко виден и автор послания. Он обозначен размером чуть меньшим, чем вождь, но в облике чувствуется энергия порыва и присутствует много деталей и подробностей, свидетельствующие о равнодушии древнего художника именно к этому персонажу. Скорее всего, он изображал себя. Дальнейшее наскальное повествование указывает на конфликт главных действующих лиц, разрешившийся в дальнейших рисунках уменьшением размеров бывшего вождя, хотя и сохранившем свою накидку.



XIII. Однажды к Фихиро пришел взволнованный ученик и сообщил, что он доказал теорему, которую никто не умеет доказывать. Было ясно, что он ожидал похвалы учителя. Фихиро же почему-то задумался и стал как бы по себе рассуждать: если про какой-нибудь математический факт известно продолжительное время только одно доказательство, то не означает ли это, что либо оно неверно, либо факт неинтересен? Его слова стали льдом на лоб ученика. И на следующий день была найдена самим учеником ошибка в его рассуждениях.



XIV.



XV.



XVI.



XVII.



XVIII.



XIX.



XX.



XXI.